

# Coinvolgere gli allievi nella costruzione del sapere matematico Un'esperienza didattica nella scuola media<sup>1</sup>

Bruno D'Amore - Laura Giovannoni

**Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica**  
**Dipartimento di Matematica - Università di Bologna**  
piazza di porta san Donato, n° 5, 40126 Bologna

**316.** D'Amore B., Giovannoni L. (1997). Coinvolgere gli allievi nella costruzione del sapere matematico. Un'esperienza didattica nella scuola media. *La matematica e la sua didattica*. 4, 360-399. [Una parte di questo articolo è stato pubblicato in: Aschieri I., Pertichino M., Sandri P., Vighi P. (eds) (1998). *Matematica e affettività. Chi ha paura della matematica?* Atti del Convegno Nazionale "Matematica e difficoltà" n. 7, Castel San Pietro Terme 27 e 28 febbraio e 1 marzo 1998. Bologna: Pitagora. 15-20. Ristampato su: *Progetto Alice*. 1, 61-102].

**Sunto.** In questo lavoro si fa riferimento ad una esperienza triennale di ridiscussione globale dei contenuti e della metodologia didattica per quanto concerne la Matematica, messa in atto in una scuola media della provincia di Mantova, dopo che, su richiesta di un gruppo di insegnanti, i due autori erano stati invitati a ovviare alla disaffezione degli studenti nei riguardi della matematica.

## **1. Matematica, apprendimento della matematica ed affettività.**

«Che un elemento affettivo sia parte di ogni scoperta o invenzione è sin troppo evidente, e molti pensatori vi hanno già insistito: è chiaro che nessuna scoperta o invenzione significativa può aver luogo senza la volontà di scoprire».

Così si può leggere in Hadamard (1993). Certo, quando il grande matematico Jacques Hadamard [1865-1963] parla di «scoperta o invenzione», si riferisce ad esempi di scoperta o invenzione di alto livello matematico... Ma poiché tutto va sempre relativizzato [ed a nostro avviso ogni scoperta o invenzione può essere di grande livello, ... a seconda delle basi da cui si parte], perché non considerare la frase di Hadamard come adattabile ad una situazione-classe nella quale la didattica sia almeno in parte ispirata alle tecniche di *apprendimento per scoperta*? [Ci si può riferire all'originale *discovery learning* di Bruner (1961) o ad una delle tante sue varianti successive...].

D'altra parte, che: *le emozioni giocano un ruolo fondamentale nella costruzione personale del sapere matematico*, è affermato con forza anche da Kruteskii (1976) e proprio in ambiente classe ed a bassi livelli di scolarità. Egli parla di *emozioni positive* vissute da quegli studenti che in matematica riescono bene, esattamente nei termini in cui lo facevano lo stesso Hadamard ed un altro grande matematico, Henri Poincaré [1854-1912],

«con la conseguenza che gli aspetti legati alla conoscenza, così clamorosamente evidenti nella ricerca scientifica, appaiono profondamente intrecciati a quelli emozionali» (Zan, 1995) [si veda Poincaré (1906, 1914)].

Lo stesso Hadamard conclude:

«Vediamo ancora una volta come la direzione nel pensiero implichi elementi affettivi...».

---

<sup>1</sup> Il testo qui proposto non è altro che la prima parte di un lungo articolo che ha lo stesso titolo, «La Matematica e la sua didattica», 4, 1997, 360-399.

Il che, in una battuta rapida, noi amiamo sintetizzare così: «Ogni atto cognitivo presuppone un ambito affettivo» (oppure: «Non c'è cognitivo senza affettivo»).

La massima gratificazione possibile per un insegnante disposto ad accettare questo tipo di considerazioni e, in base ad esse, rivedere criticamente la propria didattica, può essere esemplificata da una frase con la quale conclude Zan (1995), in riferimento a chi *non riesce* in matematica:

«La sfida lanciata da “chi non riesce” (ma non è una sfida, è un appello...) non prevede percorsi delineati a priori, non ammette soluzioni *tecniche*. Ma se abbiamo abbastanza volontà, pazienza e soprattutto fantasia per raccogliere tale sfida -per ascoltare tale appello- avremo forse la grande emozione di sentir dire ad un nostro allievo: “*Una volta, io non riuscivo in matematica*”».

Ma: che cosa intendere, precisamente, per “affettività”?

Citiamo da Pellerey (1992):

«Per affettività si intende in genere un largo spettro di sentimenti e stati d'animo che si presentano con caratteristiche diverse dalla pura cognizione. Si includono in questo spettro normalmente valori, credenze, concezioni riguardanti il senso e il perché di una disciplina di studio, concezioni di sé in rapporto a tale disciplina, atteggiamenti, motivazioni, emozioni. Le credenze, o concezioni di riferimento, sono costituite da un insieme di apprezzamenti e valutazioni soggettive elaborate sia dagli alunni, che dagli insegnanti e relativi alla matematica (...). In questo caso prevale la componente cognitiva, tuttavia tale insieme costituisce una parte importante del contesto personale nel quale si sviluppa la dimensione affettiva».

Tra le molteplici componenti di questa “affettività”, ci sono due punti che consideriamo, per la nostra esperienza, di straordinaria importanza:

- l'immagine di sé nel fare matematica
- la motivazione a fare matematica.

che hanno gli allievi.

Su ciascuno di questi punti, esiste oggi una bibliografia vastissima. Per esempio, suggeriamo la lettura di: Pellerey, Orio (1996) che fa il punto su questo tipo di ricerche (più di tre pagine di fittissima bibliografia nel contesto internazionale!), Cornoldi, Caponi (1997) e Zan (1997).

## **2. Il coinvolgimento degli allievi nella costruzione del proprio sapere matematico: la motivazione.**

Indubbiamente la componente “motivazione” ha un peso rilevante nei processi di apprendimento; lo si avverte anche solo in modo epidermico, parlando con gli insegnanti, ma ancora di più lo si legge come ritornello ricorrente nelle ricerche a carattere metacognitivo.

Forse, in prima istanza, conviene distinguere tra motivazione e volizione:

«In questa<sup>2</sup> prospettiva la motivazione deve essere vista come il processo attraverso il quale si formano le nostre intenzioni, cioè l'elaborazione delle ragioni che ci inducono a fare qualcosa, mentre la volizione è il processo in base al quale le nostre intenzioni si attuano, cioè il concreto voler conseguire il fine espresso dalle nostre intenzioni» (Pellerey, 1993);

ma, riferendosi ad Heckhausen (1990, 1992), ancora Pellerey sostiene:

«La motivazione è concepita da Heckhausen secondo una prospettiva un po' più ristretta e precisa rispetto al concetto globale tradizionale. In questo ambito egli considera,

---

<sup>2</sup> L'Autore di questo brano si sta riferendo ai celebri lavori di Kuhl (1983, 1984) sui processi che presiedono alla realizzazione delle nostre intenzioni.

infatti, i processi che incorporano le attese di risultati desiderabili o non desiderabili derivanti dalle azioni intese e la percezione della capacità di raggiungere tali risultati tramite esse. Il processo si attua nel contesto della relazione tra persona e situazione e costituisce il primo passo dell'agire in quanto si tratta di un'elaborazione cognitiva, segnata da componenti affettive, che sollecita più o meno fortemente verso una conclusione operativa (tendenza motivazionale). Il processo motivazionale pur essendo il primo passo verso l'azione non include in sé la generazione dell'intenzione. Occorre che almeno si sviluppi un atto di interno consenso per trasformare la finalità di un'azione in un'esplicita intenzione d'agire. Si tratta del momento decisionale vero e proprio, che non riguarda tanto se fare o meno una certa cosa, ma se farla proprio ora, in questo contesto preciso. Si passa cioè da un desiderio a una scelta».

Dunque, accettando l'impostazione di Heckhausen, sembra che il passaggio dal *desiderio* alla *realizzazione* non sia così banale ed immediato<sup>3</sup>: parlare quindi di motivazione in generale, risulta un po' vago; occorre quanto meno un atto decisionale e questo atto ci sembra fortemente influenzato

- da preve decisioni personali dello studente
- dalla capacità da parte dell'insegnante di *creare il contesto opportuno*.

Solo che il contesto nel quale svolgere matematica spesso sembra essere già confezionato: l'attesa dello studente e le decisioni (dell'insegnante) preve al riguardo sembrano cristallizzate in un modello di matematica già preconstituito, già deciso *a priori* da altri o, peggio, dalla natura stessa della disciplina.

Ci si potrebbe limitare a pensare ad una situazione standard, nella quale l'insegnante

- adotti una strategia che rafforzi la motivazione *intrinseca*, facendola diventare il più possibile *estrinseca* come, per esempio, la strategia *dell'incoraggiamento* (o, più in generale, di tecniche per l'aumento della fiducia in sé stessi)

e dunque

- favorisca la creazione di una motivazione interna [il limite di tutto ciò è che sembra quasi inevitabile la ricaduta ad un modello confezionato; si veda: Franta (1993)].

Oppure, ed è qui che si gioca la nostra esperienza, che tra breve descriveremo, occorrerebbe:

- da un lato spiazzare l'attesa confezionata nei riguardi della matematica (standard: quella di scuola); si tratta in sostanza di mettere in crisi le vecchie convinzioni;
- dall'altro convincere implicitamente (per evitare demagogie, in base cioè al compito assegnato e non a sterili raccomandazioni o prediche) che chiunque è in grado di costruire la matematica (ed anzi che la matematica è un prodotto *costruibile personalmente*); si tratta dunque di costruire nuove convinzioni;
- infine, includere nella valutazione (che è poi il passo motivazionale forte nello studente) proprio il prodotto di tali compiti assegnati, non trattando cioè la matematica scolastica standard in modo diverso, al momento della valutazione, da quella costruita su sollecitazione esplicita non-standard (dando cioè pari dignità alle parti standard ed a quelle non-standard); si tratta in sostanza di una scelta didattica per realizzare i primi due punti.

Si tratta di creare un *contesto emozionale positivo* che però deve avere caratteristiche di stabilità, sia cognitiva sia relazionale.

È tutto sommato ovvio che l'emozione non legata a fatti contingenti e rari modifica lo stesso sistema di convinzioni e di valori [su questo punto, si veda ancora Pellerery, Orio (1996)]:

---

<sup>3</sup> Certo, andrebbe esaminato se solo il "passaggio" non è banale, o anche i suoi due "poli": il *desiderio* e la *realizzazione*... Ma su questo punto non possiamo che sorvolare, lasciando a chi è più esperto di noi il compito di proseguire.

reazioni emozionali più volte ripetute portano all'assunzione di atteggiamenti; ci sembra che un risultato positivo sia ottenuto già se lo studente è disposto a modificare il modello atteso standard di matematica in uno non-standard che l'insegnante gli fornisce in alternativa (ripetiamo: in modo non episodico, ma stabile nel tempo e nella motivazione).

Ciò ci porta necessariamente ad una riflessione sugli atteggiamenti nei riguardi della matematica.

Ricordati gli studi pionieristici oramai classici di Aiken (1970, 1976) che ha individuato i momenti cruciali della nascita di un atteggiamento negativo nei riguardi della matematica nella fascia scolastica che in Italia corrisponde alla scuola media (allievi di 11-14 anni), si tratta qui di ribaltare il fenomeno cercando, tra le maglie del possibile, atteggiamenti di tipo positivo. Ora, esiste un *Inventario di Atteggiamenti verso la Matematica* di Sandman (1980) che include sei scale di misura:

- il piacere nel fare matematica
- il valore dato alla matematica
- la percezione dell'insegnante di matematica
- l'ansietà nei riguardi della matematica
- il concetto di sé nel fare matematica
- la motivazione nel fare matematica.

Che i valori minimi si raggiungano nel passaggio dalla scuola elementare alla scuola media e che anzi divengano negativi proprio nella scuola media, oltre che essere sotto gli occhi di qualsiasi insegnante e ricercatore, è confermato ancora da studi più recenti, per esempio Anderman, Maehr (1994); si giunge perfino spesso ad un rifiuto, ad una avversione, ad una motivazione al negativo, ad un non voler più credere possibile una costruzione personale della matematica: una sorta di autodifesa da un "mostro" che non si ha alcun modo di controllare.

Ciò spiega perché la nostra attenzione in questo senso si sia indirizzata proprio nei riguardi della scuola media.

### **3. Àmbito della nostra esperienza.**

L'invito a tentare una strategia alternativa alla usuale routine ci è stata sollecitata da un folto gruppo di insegnanti di scuola media della Provincia di Mantova, i quali denunciavano l'oramai evidente stanchezza didattica, l'inefficacia cognitiva, il disamore affettivo nei riguardi della matematica. Abbiamo allora stabilito di costituire un gruppo formato dai due autori di questo articolo, da tutti quegli insegnanti di matematica e da un insegnante specializzato (di sostegno).

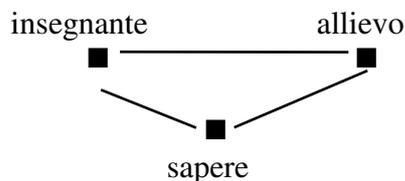
C'era una forma istituzionale, il *Progetto Ragazzi 2000*, nell'àmbito del quale formalizzare l'iniziativa.

La zona delle operazioni è dunque stata: Gonzaga e Moglia, provincia di Mantova. Essa ha coinvolto in totale n. 5 prime (per un totale di 95 allievi) nell'anno scolastico 1993-94 e lo stesso numero di seconde (a. s. 1994-95) e terze (a. s. 1995-96). Da notare che nel corso del 1994-95, mentre le 5 prime erano diventate altrettante seconde, altre prime ricominciavano l'esperienza, e così via. Attualmente (1996-97) l'esperienza è attiva in 14 classi (per un totale di 325 allievi coinvolti).

### **4. Premesse pedagogiche.**

L'interesse del gruppo è stato centrato, più che sui processi dell'insegnamento, su quelli dell'apprendimento o, meglio, sul rapporto insegnamento / apprendimento partendo dalle seguenti convinzioni:

- soggetto dell'insegnamento della matematica non è la matematica ma soprattutto l'allievo e l'attenzione dell'insegnante va dunque posta soprattutto nei confronti degli allievi che stanno apprendendo la matematica; insomma, diventa centrale ogni volta riconsiderare e tener sempre presenti tutte le implicazioni insite nel triangolo di Chevallard (1985):



così come esse sono presentate in D'Amore, Frabboni (1996):

- l'apprendimento non si misura attraverso una vaga e indefinita «quantità di competenze acquisite» ma soprattutto attraverso il piacere, il desiderio, la disponibilità a farne uso;
- la motivazione intrinseca ad apprendere va posta come *obiettivo didattico* e non limitarsi ad auspicarla come *requisito di partenza* (D'Amore, Sandri, 1994);
- nell'insegnamento della matematica occorre rispettare l'individuo; qui si colloca l'intenzione di non forzare apprendimenti vuoti o solo formali, ma di costruire il pensiero matematico, con la stretta e continua collaborazione dello stesso allievo, anche allo scopo di lasciargli positivi ricordi (non solo cognitivi) della disciplina [si veda: Furinghetti (1993)];
- nel processo di apprendimento ed insegnamento della matematica si devono considerare come prioritari e sempre sotto osservazione l'immagine che l'insegnante e l'allievo hanno della matematica, l'immagine che ha l'allievo di sé quando fa matematica ed anche l'immagine che ha l'insegnante di sé nel corso del proprio ruolo.

### Citazioni bibliografiche.

Aiken, L.R.Jr. (1970), *Attitudes toward mathematics*, «Review of Educational Research», 40, 551-596.

Aiken, L.R.Jr. (1976), *Update on attitudes and other affective variables in learning mathematics*, «Review of Educational Research», 46, 293-311.

Anderman, E.M. & Maehr M.L. (1994), *Motivation and schooling in the middle grades*, «Review of Educational Research», 64, 287-309.

Boero, P. (1986), *Sul problema dei problemi aritmetici nella scuola elementare*, «L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate», 9, 9, 48-93.

Bruner, J. (1961), *The act of discovery*, «Harvard Educational Review», 31, 21-32 (trad. it. in: Bruner, J. (1969), *Il conoscere. Saggi per la mano sinistra*, Armando, Roma).

Chevallard, Y. (1985), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Cornoldi, C. & Caponi B. (1997), *Componenti emotivo-motivazionali della metacognizione e apprendimento della memoria*, in: Aschieri, I.; Pertichino, M.; Sandri, P. & Vighi, P. (a cura di), *Problemi e alunni con problemi*, Atti del Convegno Nazionale del Grimed «Matematica e difficoltà» n. 6, Castel San Pietro Terme, febbraio 1997, 11-15.

- D'Amore, B. (1994), *Esporre la matematica appresa: un problema didattico e linguistico*, in: Jannamorelli, B. (a cura di), *Insegnamento / Apprendimento della matematica: linguaggio naturale e linguaggio della scienza*, Atti del I Seminario Internazionale di Didattica della Matematica, Sulmona, marzo 1993, Qualevita. Sulmona. Ristampato anche su: «La matematica e la sua didattica», 3, 1993, 289-301. Una versione più ampia in lingua tedesca appare su: «Journal für Mathematik Didaktik», 17, 2, 1996, 81-97.
- D'Amore, B. (1995), *Uso spontaneo del disegno nella risoluzione di problemi di matematica*, «La matematica e la sua didattica», 3, 328-370.
- D'Amore, B. & Frabboni, F. (1986), *Didattica generale e didattiche disciplinari*, Angeli, Milano.
- D'Amore, B. & Giovannoni, L. (1997), *Coinvolgere gli allievi nella costruzione del sapere matematico. Un'esperienza didattica nella scuola media*, «La matematica e la sua didattica», 4, in corso di stampa.
- D'Amore, B. & Martini, B. (1997), *Il "contesto naturale". Influenza della lingua naturale nelle risposte a test di matematica*, «L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate», in corso di stampa.
- D'Amore, B. & Oliva, P. (1994), *Numeri*, Angeli, Milano.
- D'Amore, B. & Sandri, P. (1994), *Motivazione e immagine*, «La Didattica», 1, 73-77.
- D'Amore, B. & Sandri, P. (1996), *Fa' finta di essere... Indagine sull'uso della lingua comune in contesto matematico nella scuola media*, «L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate», 19A, 3, 223-246.
- Franta, H. (1993), *Il ruolo della piattaforma comunicativa e dell'incoraggiamento nella costruzione delle conoscenze matematiche*, in: Atti del Convegno: *La costruzione della conoscenza matematica nella scuola media*, Verona, marzo 1993, SEI, Torino, 88-104.
- Furinghetti, F. (1993), *Che cosa resta e che cosa dovrebbe restare della matematica quando si è dimenticata la matematica*, «La matematica e la sua didattica», 3, 302-328.
- Hadamard, J. (1993), *La psicologia dell'invenzione in campo matematico*, Cortina, Milano.
- Hart, K. (1985), *Le frazioni sono difficili*, in: Chini Artusi, L. (a cura di), *Numeri e operazioni nella scuola di base*, Zanichelli, Bologna, 144-166.
- Heckhausen, H. (1990), *Motivation und Handeln*, 2. Auflage, Springer, Berlin.
- Heckhausen, H. (1992), *Motivation and Action*, Springer, Berlin.
- Laborde, C. (1982), *Langue naturelle et écriture symbolique: deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*, Thèse, Univ. J. Fourier, Grenoble.
- Laborde, C. (1995), *Occorre apprendere a leggere e scrivere in matematica?*, in: Jannamorelli, B. (a cura di), *Lingue e linguaggi nella pratica didattica*, Atti del II Seminario Internazionale di Didattica della Matematica, Sulmona marzo-aprile 1995, Qualevita, Sulmona. [Ristampato anche su: «La matematica e la sua didattica», 2, 1995, 121-135].
- Kruteskii, V.A. (1976), *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*, Chicago Univ. Press, Chicago.
- Kuhl, J. (1983), *Motivation, Konflikt und Handlungskontrolle*, Springer, Berlin.
- Kuhl, J. (1984), *Motivational aspects of achievement motivation and learned helplessness: Toward a comprehensive theory of action control*, in: Maher, B.A & Maher, W.B. (eds.), *Progress in Experimental Personality Research*, vol. 13, Academic Press, New York, 99-171.
- Maier, H. (1993), *Conflit entre langue mathématique et langue quotidienne pour les élèves*, «Cahiers de didactique des mathématiques», 3, 86-118. [Trad. it. su: «La matematica e la sua didattica», 3, 1995, 298-305],
- Pellerey, M. (1992), *Tendenze nella ricerca in didattica e in psicologia dell'insegnamento della matematica*, «Annali della Pubblica Istruzione», 5-6, 532-552.

- Pellerey, M. (1993), *Volli, sempre volli, fortissimamente volli. La rinascita della psicologia della volontà*, «Orientamenti pedagogici», 6, 1005-1017.
- Pellerey, M. & Orio, F. (1996), *La dimensione affettiva e motivazionale nei processi di apprendimento della matematica*, «ISRE», 2, 52-73.
- Poincaré, H. (1906), *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris [trad. it.: Dedalo, Bari 1989].
- Poincaré, H. (1914), *Science et méthode*, Flammarion, Paris.
- Sandman, R.S. (1980), *The mathematics attitude inventory: instrument and user's manual*, «Journal for research in mathematics education», 11, 148-149.
- Zan, R. (1995), *Chi non riesce in matematica?*, in: D'Amore, B. (a cura di), *Insegnare ad apprendere la matematica in aula: situazioni e prospettive*, Atti del IX Convegno Nazionale «Incontri con la Matematica», Castel San Pietro Terme, novembre 1995, Pitagora, Bologna, 77-83.
- Zan, R. (1997), *Problemi e decisioni*, in: Aschieri, I.; Pertichino, M.; Sandri, P. & Vighi, P. (a cura di), *Problemi e alunni con problemi*, Atti del Convegno Nazionale del Grimed «Matematica e difficoltà» n. 6, Castel San Pietro Terme, febbraio 1997, 101-106.